Master MEEF – Université Paris Diderot – Étienne Parizot

(Année 2019-2020)

Exercices d'électrocinétique

• Exercice 1 : Deux circuits élémentaires

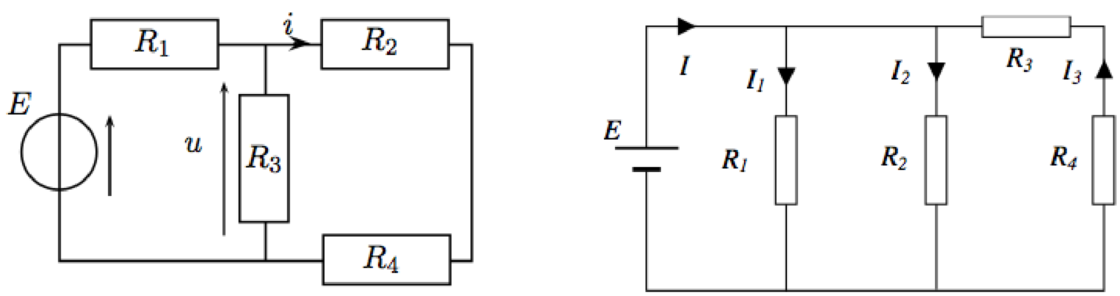


FIG. 1 – Circuits à deux mailles (à gauche) et à trois mailles (à droite).

1) Dans le cas du circuit électrique représenté à gauche sur la Fig. 1 à gauche, où le générateur délivre une tension continue E, déterminer l'intensité du courant i et la valeur de la tension u.

2) Application numérique pour $E = 6$ V, $R_1 = 100\,\Omega$, et $R_2 = R_3 = R_4 = 100\,\Omega$.

3) Dans le cas du circuit électrique représenté à droite sur la Fig. 1 à gauche, où le générateur délivre une tension continue E, donner l'expression de l'intensité du courant I.

4) Application numérique pour $E = 10$ V, $R_1 = R_2 = 20\,\Omega$, et $R_3 = R_4 = 5\,\Omega$.

• Exercice 2 : Théorème de Thévenin

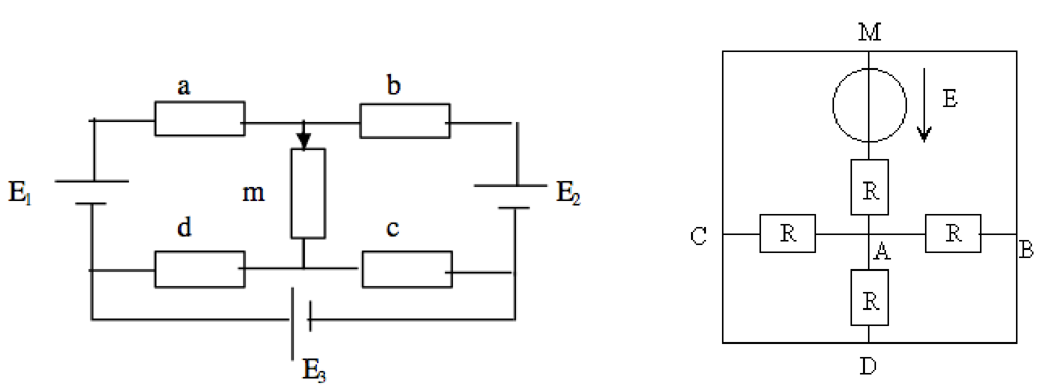


FIG. 2 – Réseaux avec résistances et générateurs.

1) On considère le circuit de gauche de la Fig. 2, dans laquelle interviennent 5 résistances et

3 générateurs de tension. En utilisant le théorème de Thévenin, déterminer quelles conditions doivent vérifier les résistances a, b, c et d pour que l'intensité dans la branche contenant la résistance m ne dépende pas de E_3. Que vaut alors cette intensité ?

2) On considère le réseau linéaire de droite sur la Fig. 2. En utilisant le théorème de Thévenin, déterminer l'expression de la tension U_{AB}.

• Exercice 3 : Circuit avec diodes

On considère le circuit de la Fig. 3, où les diodes sont supposées idéales, alimenté par une tension sinusoïdale : $V_i(t) = E \sin(\omega t)$.

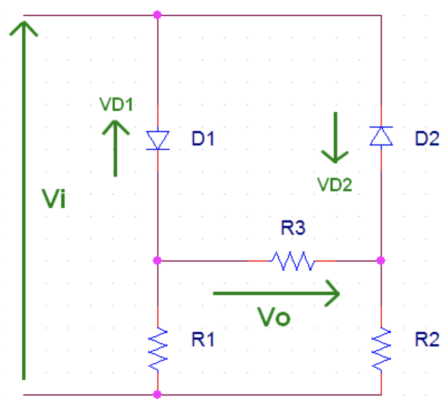


FIG. 3 – Circuit avec diodess

Déterminer la tension $V_0(t)$ aux bornes de la résistance R_3.

• Exercice 4 : Montage à amplificateur opérationnel

On considère le montage de la Fig. 10, dans lequel l'amplificateur opérationnel est supposé idéal, en mode fonctionnement linéaire.

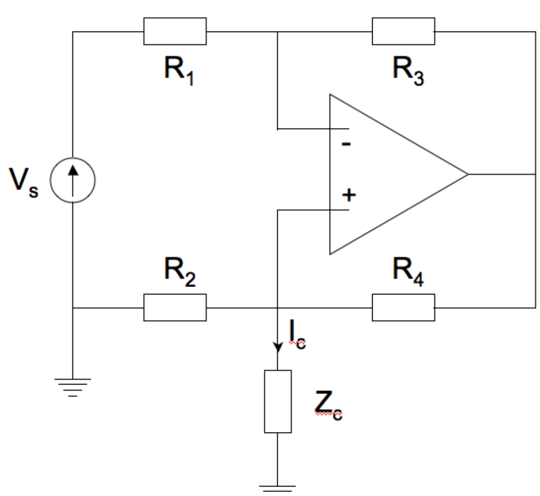
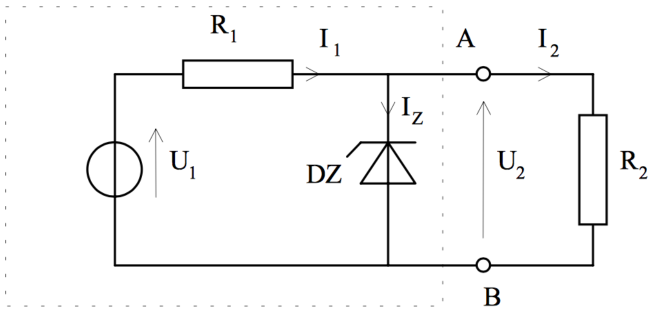


FIG. 4 – Montage avec amplificateur opérationnel

Montrer que si $R_1/R_2 = R_3/R_4$, le courant I_c est indépendant de l'impédance Z_c. Quel peut être l'intérêt d'un tel montage ? Donner l'expression du courant I_c en fonction des données du problème, en la simplifiant au maximum.

• Exercice 5 : Circuit avec diode Zener

Source : http ://plrostand.free.fr/download/redressement%5B1%5D.pdf



La diode Zéner a pour caractéristiques $U_{Zo} = 6$V et $R_Z = 5\ \Omega$.- $R_1 = 30\ \Omega$

- Déterminer les caractéristiques du modèle équivalent de Thévenin [E_T, R_T] du dipôle AB lorsque la diode Zéner est passante.
- En déduire l'expression de la tension U_2 en fonction de E_T, R_T et I_2 puis de U_1, U_{Zo}, R_1, R_Z et I_2.
- Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme : $U_2 = U_o + k\,U_1 - R_o\,I_2$.

Stabilisation aval : $U_1 = 12$ V, la charge R_2 est variable

- Donner l'équation de la caractéristique $U_2 = f(I_2)$ lorsque la diode est passante.
- Pour quelle valeur maximale de I_2 la diode reste passante ?
- Donner l'équation de la caractéristique $U_2 = f(I_2)$ lorsque la diode est bloquée.
- Calculer la valeur du courant de court-circuit I_{cc}.
- Tracer la courbe $U_2 = f(I_2)$ entre $I_2 = 0$ et I_{cc}

Stabilisation amont : U_1 variable, la charge R_2 = est fixe.

- Quelle est l'expression de la caractéristique $U_2 = f(U_1)$ lorsque la diode est bloquée.
- Pour quelle valeur minimale de U_1 la diode est-elle passante ?
- Calculer, lorsque la diode est passante, la variation ΔU_2 de la tension des sortie pour une variation $\Delta U_1 = 2$ V de la tension d'entrée (en admettant que $\Delta I_2 \approx 0$)

• Exercice 6 : Charge d'un condensateur (d'après CAPES 1992)

Soit le circuit de la Fig. 5, avec une résistance $R = 10\,\Omega$, un condensateur de capacité $C = 0,1\,\mu F$, un générateur de tension continue, de force électromotrice $E = 1$ V, et un interrupteur, K. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur. Le condensateur est initialement déchargé.

1) Reproduire le schéma en indiquant une convention (de votre choix) pour le sens du courant électrique I s'écoulant dans le circuit, ainsi qu'une convention pour la tension $U_{\rm C}$ aux bornes du condensateur. Indiquer de même une convention pour l'armature du condensateur qui portera la charge Q (l'autre portant alors la charge $-Q$). Pour les conventions choisies, indiquer la ou les relations existant entre la charge Q, la tension $U_{\rm C}$, et le courant I.

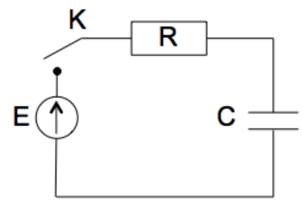


FIG. 5 – Circuit RC.

2) Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $U_\mathrm{C}(t)$ à partir de $t = 0$.

3) Résoudre cette équation en faisant intervenir la constante de temps du circuit, τ, dont on donnera l'expression en fonction de R et C.

4) Donner l'expression de l'intensité dans le circuit, en fonction du temps : $I(t)$.

5) Donner l'allure de la fonction $U_\mathrm{C}(t)$. Tracer sa tangente à l'origine et préciser les coordonnées du point d'intersection de cette tangente avec l'asymptote.

6) Calculer analytiquement, en fonction de τ, le temps au bout duquel la charge du condensateur diffère de moins de 1% de sa charge limite. Donner la valeur numérique correspondante.

7) Quelle est l'énergie $\mathcal{E}_\mathrm{C}$ emmagasinée par le condensateur lorsque sa charge peut être considérée comme terminée. Donner sa valeur numérique.

8) Donner l'expression de la puissance fournie par le générateur, à l'instant t.

9) En déduire que le générateur fournit au total une énergie $\mathcal{E}_\mathrm{G} = CE^2$ au cours de la charge du condensateur. Donner sa valeur numérique.

10) Quelle est la puissance dissipée dans la résistance R à un instant t ? En déduire l'énergie dissipée par effet Joule au cours de la charge. Retrouver ce résultat à partir des questions 7 et 9.

11) Définir et calculer le rendement énergétique, ρ, de la charge du condensateur par un générateur à travers une résistance.

Afin d'améliorer le rendement de la charge du condensateur, on effectue celle-ci en deux étapes. Pour cela, on utilise le montage représenté sur la figure 6 ci-dessous.

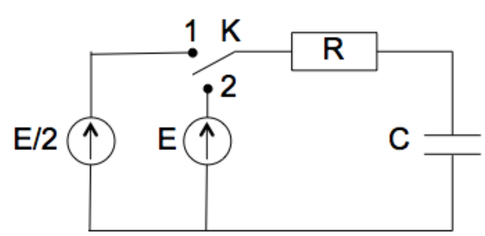


FIG. 6 – Charge d'un condensateur en deux étapes.

À l'instant $t = 0$, le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur K sur la position 1, reliée à un générateur de tension continue $E/2$. L'opération de charge du condensateur se déroule donc comme précédemment, avec la tension $E/2$ au lieu de E. Puis, lorsque le condensateur est ainsi chargé, on bascule l'interrupteur K sur la position 2, reliée à un générateur de tension E.

12) Déterminer la loi d'évolution de la tension $U_\mathrm{C}(t)$ aux bornes du condensateur et de l'intensité $I(t)$ dans le circuit à partir du moment où l'interrupteur est en position 2.

13) Déterminer l'énergie totale fournie par les deux générateurs lors de la charge en deux

temps du condensateur. En déduire la nouvelle valeur du rendement énergétique, ρ'.

14) Comment faudrait-il procéder pour faire tendre le rendement vers 1 ? Donner un argument physique permettant de comprendre ce résultat.

• Exercice 7 : Annulation d'un régime transitoire (CAPES Blanc 2014)

A] On considère le circuit de la figure ci-contre, dans lequel la branche AB comprend un conducteur ohmique de résistance R_1 et une bobine d'inductance L. Lorsque l'interrupteur est fermé, cette branche est alimentée par un générateur de tension idéal fournissant une tension continue E. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

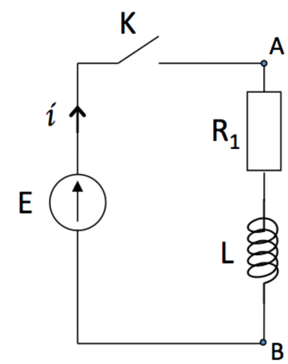


Fig. 7 – Circuit "RL"

1) Établir l'équation différentielle gouvernant l'évolution du courant $i(t)$ délivré par le générateur, pour $t > 0$.

2) Résoudre l'équation précédente, en tenant compte des conditions initiales.

3) Définir ce que l'on appelle "régime transitoire" et "régime permanent", et donner l'expression du courant $i(t)$ dans le régime permanent du circuit considéré.

4) On considère que le régime permanent est atteint dès lors que le courant $i(t)$ ne diffère pas plus de 1% de la valeur qu'il aurait en régime permanent. Donner l'expression de l'instant t_0 à partir duquel cette condition est réalisée.

5) Rappeler l'expression de la puissance $\mathcal{P}_{\mathrm{g}}(t)$ fournie par le générateur, et déterminer l'énergie totale $\mathcal{E}_{\mathrm{g}}(t)$ fournie par celui-ci de $t = 0$ jusqu'à l'instant t.

6) Rappeler de même l'expression de la puissance $\mathcal{P}_{\mathrm{J}}$ dissipée par effet Joule dans la résistance R_1, et déterminer l'énergie totale $\mathcal{E}_{\mathrm{J}}$ ainsi dissipée de $t = 0$ jusqu'à l'instant t.

7) Calculer la limite, pour $t \to \infty$, de la différence $\mathcal{E}_{\mathrm{g}} - \mathcal{E}_{\mathrm{J}}$.

8) Commenter le résultat de la question précédente.

B] On ajoute à présent au circuit une seconde branche, parallèlement à la branche AB, comprenant un condensateur de capacité C et, en série, un conducteur de résistance R_2, comme représenté sur la Fig. 8. Initialement, l'interrupteur K est ouvert et le condensateur n'est pas chargé ($q = 0$). On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.

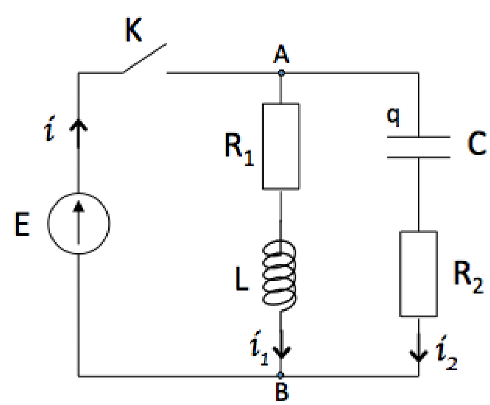


Fig. 8 – Adjonction d'une branche "RC".

9) Donner la nouvelle expression du courant $i(t)$ délivré par le générateur, pour $t > 0$. [*Indication* : on pourra déterminer séparément le courant $i_1(t)$ passant dans la branche contenant la résistance R_1, et le courant $i_2(t)$ passant dans la branche contenant la résistance R_2.]

10) Montrer qu'il est possible de choisir les valeurs de R_2 et C de telle sorte que le régime transitoire soit annulé pour le générateur, c'est-à-dire que le courant $i(t)$ prenne immédiatement la valeur qu'il a en régime permanent. Donner l'expression de ces valeurs, en fonction des autres données du problème.

C] On reprend le montage précédent, avec R_2 et C quelconques, et on remplace cette fois le générateur de tension continue par un générateur de tension sinusoïdale de pulsation ω : $u(t) = u_0 \cos(\omega t)$.

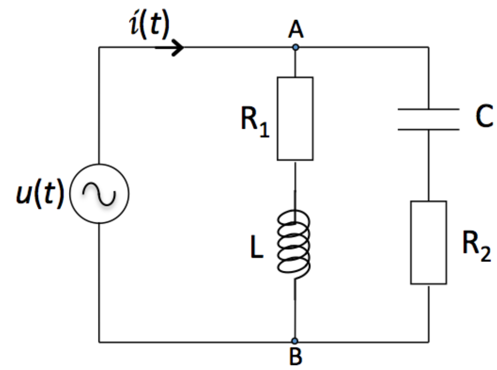


FIG. 9 – Circuit en régime sinusoïdal.

11) Donner l'expression de l'impédance complexe équivalente pour chacune des deux branches du circuit (R_1 et L d'une part, C et R_2 d'autre part).

12) Montrer qu'il est possible de choisir les valeurs de R_2 et C de telle sorte que le courant $i(t)$ délivré par le générateur soit en phase avec la tension $u(t)$, quelle que soit la valeur de la pulsation ω.

13) Comparer ces valeurs à celles obtenues à la question 8) ci-dessus, et donner l'expression de $i(t)$ dans ce cas.

• Exercice 8 : avec un ampli op. idéal

On considère le montage de la Fig. 10, dans lequel l'amplificateur opérationnel est supposé idéal, en mode fonctionnement linéaire.

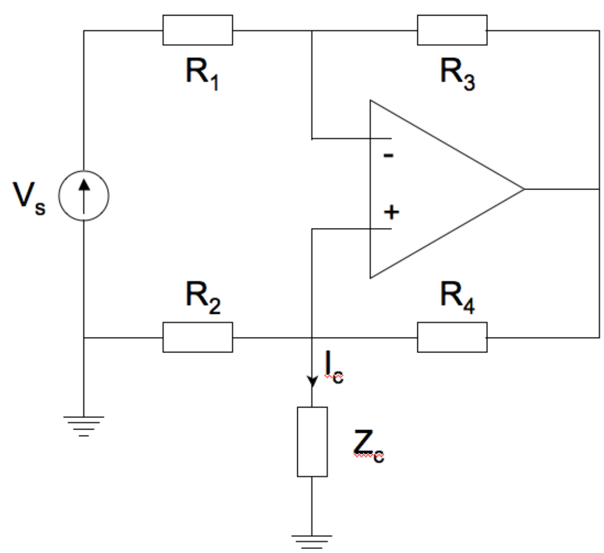


FIG. 10 – Montage avec amplificateur opérationnel

Montrer que si $R_1/R_2 = R_3/R_4$, le courant I_c est indépendant de l'impédance Z_c. Quel peut être l'intérêt d'un tel montage ? Donner l'expression du courant I_c en fonction des données du problème, en la simplifiant au maximum.

• Exercice 9 : circuit RLC avec amplificateur opérationnel

On considère le circuit de la Figure 11, dans lequel l'amplificateur opérationnel est supposé parfait, en régime linéaire – autrement dit, on admet que la tension $\epsilon = v_+ - v_- = 0$ et que les courants entrant aux bornes + et − sont nuls : $i_+ = i_- = 0$.

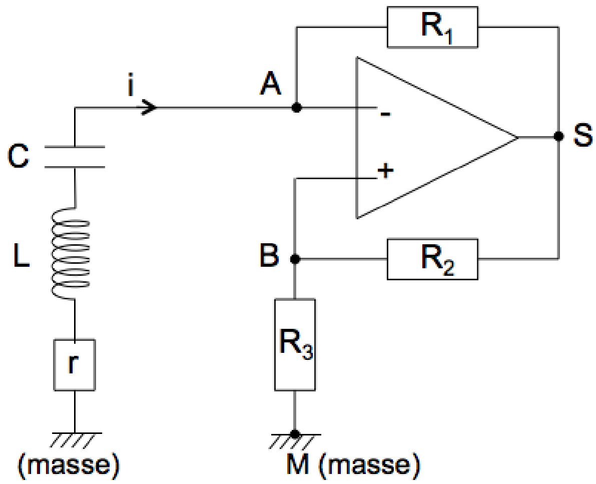


FIG. 11 – Circuit avec amplificateur opérationnel supposé parfait, en régime linéaire.

Le circuit comprend également 3 résistances, R_1, R_2 et R_3, un condensateur C et une bobine réelle d'inductance propre L et de résistance associée r. La masse (indiquée sur le schéma) est supposée se trouver au potentiel $V = 0$.

1) Montrer que le potentiel au point B, V_B (c'est-à-dire la tension U_BM), vérifie :

$$V_\mathrm{B} = \frac{R_3}{R_2 + R_3} V_\mathrm{S}.$$

2) En déduire une expression de $U_\mathrm{AM} = V_\mathrm{A} - V_\mathrm{M}$ en fonction de i, R_1, R_2 et R_3.

3) Quel nom peut-on alors donner au dipôle AM, contenant l'amplificateur opérationnel ?

4) Établir l'équation différentielle de la tension $U_\mathrm{C}(t)$ aux bornes du condensateur.

5) À quelle condition sur la valeur des résistances cette équation est-elle l'équation d'une oscillation sinusoïdale de la tension $U_\mathcal{C}(t)$?

6) Quelle est alors la période des oscillations ?

7) Comment la puissance dissipée par effet Joule dans la bobine (résistance r) est-elle compensée ?

• Exercice 10 : régime sinusoïdal

On considère le circuit de la Fig. 12, où la tension d'entrée $v_\mathrm{e} = E\cos(\omega t)$ est appliquée entre les bornes A et B. La tension de sortie, v_s, est prélevée entre les bornes M et N.

On pose $\tau_1 \equiv R_1C_1$, $\tau_2 \equiv R_2C_2$, $R_0 \equiv R_1R_2/(R_1+R_2)$, et $\tau_0 \equiv R_0(C_1+C_2)$.

1. Déterminer la fonction de transfert du circuit, $\mathcal{H} = v_\mathrm{s}/v_\mathrm{e}$.
2. On donne $R_1 = 1$ MΩ et $C_1 = 20$ pF. Donner les valeurs de R_2 et de C_2 telles que l'on ait $\mathcal{H} = 0.1$ pour toute valeur de la pulsation ω.

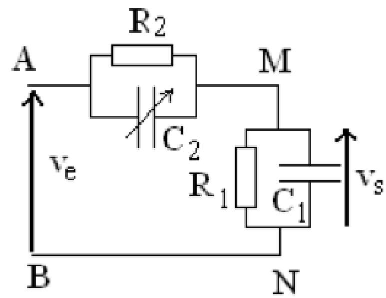


FIG. 12 – Élément de circuit en courant sinusoïdal.

• Exercice 11 : tension et courant en phase

On considère le réseau de la Fig. 13, faisant intervenir les résistances pures R_1 et R_2, un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance L (désolé pour le dessin très approximatif ;-)). Le générateur de tension est supposé parfait (c'est-à-dire sans résistance interne), et délivre une tension sinusoïdale donnée par $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$.

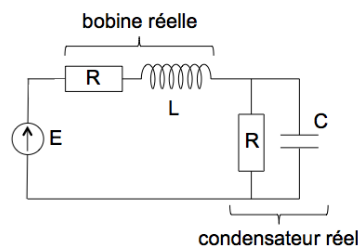


FIG. 13 – Circuit avec résistance, inductance et condensateur

À quelles conditions sur R_1, R_2, L et C existe-t-il une pulsation ω_0 pour laquelle le courant i (indiqué sur la figure) est en phase avec la tension $e(t)$? Donner l'expression de ω_0 en fonction des données du problème.

• Exercice 12 : Filtre actif, à amplificateur opérationnel (CAPES Blanc 2014)

On considère le montage représenté sur la Fig. 14, composé d'un amplificateur opérationnel, supposé idéal, de deux conducteurs ohmiques de résistances R_1 et R_2, et de deux condensateurs de capacités C_1 et C_2. La branche contenant le condensateur C_2 peut être ouverte ou fermée au moyen d'un interrupteur K_2. De même, un interrupteur K_1 placé en parallèle du condensateur C_1, permet de court-circuiter ou non celui-ci.

On s'intéresse au fonctionnement de ce circuit en régime alternatif sinusoïdal. On note ω la pulsation des tensions et des intensités. Dans ce problème, on ne s'intéressera pas à la phase des signaux.

On utilisera la représentation complexe, en notant les grandeurs complexes avec une barre horizontale sous le symbole utilisé. Ainsi, par exemple, les tensions d'entrée et de sortie, V_e et V_s, seront notées $\underline{V_\mathrm{e}}$ et $\underline{V_\mathrm{s}}$. De même, l'intensité du courant d'entrée sera notée $\underline{i_\mathrm{e}}$ en représentation complexe. (Le nombre imaginaire pur, de module 1 et d'argument $\pi/2$ sera noté j, comme il est d'usage en électrocinétique.)

On rappelle enfin que pour un amplificateur opérationnel parfait (en mode non saturé), les courants circulants dans les entrées + et − sont nuls, et que la différence de potentiel entre ces deux entrées, $\epsilon = V_+ - V_-$ est également nulle.

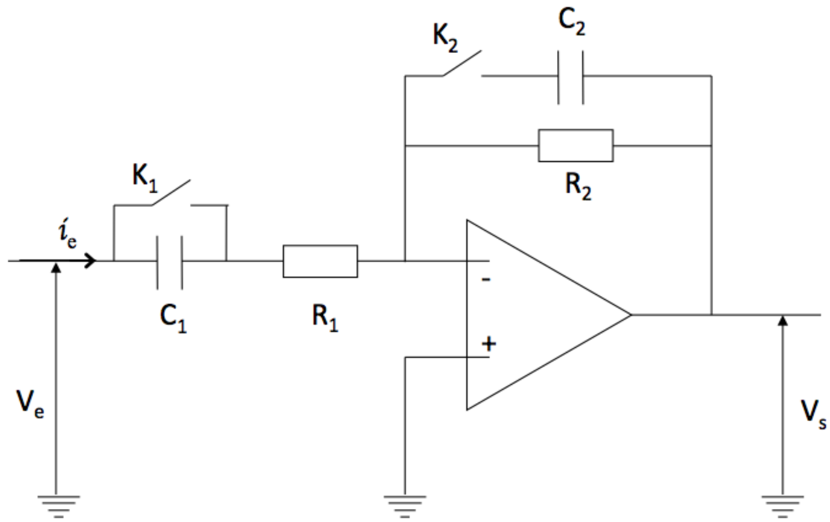


FIG. 14 – Montage d'électrocinétique avec un amplificateur opérationnel.

A] Dans cette première partie, on commence par étudier le circuit dans la configuration où les interrupteurs K_1 et K_2 sont tous les deux ouverts. La branche contenant C_2 n'est donc pas active.

1) Déterminer la fonction de transfert complexe, $\underline{H}(\omega) = \underline{V}_\mathrm{s}/\underline{V}_\mathrm{e}$, en fonction des données du problème et de la pulsation ω des signaux. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H}(\omega) = -jH_0 \frac{\omega/\omega_1}{1+\omega/\omega_1}.$$

Donner l'expression de H_0 et ω_0.

On rappelle la définition du gain en tension, $G = |\underline{H}|$, et celle de sa valeur en décibels : $G_\mathrm{dB} = 20 \times \mathrm{Log}(G)$.

2) Donner l'expression de $G(\omega)$ pour le montage considéré, et déterminer son comportement asymptotique dans la limite pour les très grandes pulsations, ω, puis dans la limite des très petites pulsations (on précisera ce qu'il faut entendre par “très grandes” et “très petites”).

3) Quelle est la valeur maximale du gain G_max ? Dans quelle domaine de fréquences est-elle atteinte ? Réécrire l'expression de $G(\omega)$ en faisant intervenir G_max.

4) Déterminer la pulsation de coupure, ω_c, telle que $G(\omega_\mathrm{c}) = G_\mathrm{max}/\sqrt{2}$.

5) Tracer l'allure du diagramme de Bode représentant G_dB en fonction de $\mathrm{Log}(\omega/\omega_\mathrm{c})$.

6) Quel nom générique donne-t-on à un filtre électronique de ce type ?

B] Dans cette deuxième partie, on étudie le circuit dans la configuration où les interrupteurs K_1 et K_2 sont tous les deux fermés, de sorte que la branche contenant C_2 devient active, et qu'au contraire celle contenant C_1 est court-circuitée.

7) Donner l'expression de la nouvelle fonction de transfert complexe, $\underline{H}'(\omega)$, et du gain correspondant $G'(\omega) = |\underline{H}'|$.

8) Déterminer le gain maximal associé, $G'_{\rm max}$, ainsi que les comportements asymptotiques de $G'(\omega)$ pour $\omega \longrightarrow \infty$ et $\omega \longrightarrow 0$. Vérifier que $G'_{\rm max} = G_{\rm max}$.

9) Déterminer la nouvelle pulsation de coupure, $\omega'_{\rm c}$, et réécrire le gain $G'(\omega)$ en fonction de $G'_{\rm max}$ et $\omega'_{\rm c}$.

10) Tracer l'allure du diagramme de Bode, représentant $G_{\rm dB}$ en fonction de $\mathrm{Log}(\omega/\omega'_{\rm c})$.

11) Quel nom générique donne-t-on à un filtre électronique de ce type ?

C] Dans cette dernière partie, on étudie le circuit dans la configuration où l'interrupteur K_1 est ouvert, et l'interrupteur K_2 fermé.

12) Déterminer la nouvelle la fonction de transfert complexe, $\underline{H''}(\omega)$, qu'on exprimera en fonction de $G_{\rm max}$, $\omega_{\rm c}$ et $\omega'_{\rm c}$.

13) On fait l'hypothèse que les valeurs des composants sont telles que $\omega_{\rm c} \ll \omega'_{\rm c}$. Déterminer alors les comportements asymptotiques du gain $G''(\omega)$ pour $\omega \ll \omega_{\rm c}$, puis pour $\omega \gg \omega'_{\rm c}$, et enfin pour $\omega_{\rm c} \ll \omega \ll \omega'_{\rm c}$.

14) Tracer l'allure approximative du diagramme de Bode correspondant.

15) Quel nom générique donne-t-on à un filtre électronique de ce type ?

• **Exercice 13 : oscillateur électrique (extrait du CAPES 2003)**

B
OSCILLATEURS ELECTRIQUES

Les différentes questions de cette partie sont, dans une large mesure, indépendantes mais il est vivement conseillé de les traiter dans l'ordre proposé.

B.1. Le circuit RLC série

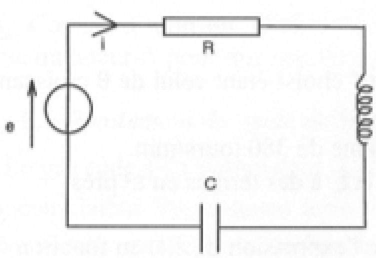


Figure 1

Soit (figure 1) un circuit comportant un conducteur ohmique de résistance R, une bobine idéale d'inductance propre L, et un condensateur de capacité C, disposés en série avec une source idéale de tension de f.é.m (ou t.é.m) $e = E\sqrt{2}\cos(\omega t)$. On étudie la réponse de ce circuit en régime forcé sinusoïdal de fréquence $f = \omega/2\pi$.

B.1.1.

Définir les termes : *régime forcé, régime transitoire, régime libre*.

B.1.2.

Décrivez qualitativement les transferts énergétiques se produisant dans un circuit RLC en distinguant le rôle des divers composants.

B.1.3.

Déterminer l'intensité i(t) du courant dans le circuit, et en déduire la puissance moyenne $P(\omega)$ dissipée dans la résistance.

B.1.4. On introduit les notations : $\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q_o = \frac{L\omega_o}{R}$.

Quelles sont les dimensions de ω_o et de Q_o ? Montrer que $P(\omega)$ peut se mettre sous la forme :

$$P(\omega) = \frac{P_{max}}{1 + Q_o^2\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)^2}$$

Que vaut P_{max} ? Interpréter ce résultat.

B.1.5. Un tracé (non demandé) de la courbe $P(\omega)$ montre que $P(\omega) \geq \frac{P_{max}}{2}$ pour ω compris dans un intervalle $[\omega_1, \omega_2]$.

Nous appellerons *facteur de qualité* du circuit le rapport $Q = \frac{\omega_o}{\omega_2 - \omega_1}$. Vérifier que $Q = Q_o$.

B.1.6. Quelle est la valeur du facteur de qualité d'un circuit pour lequel :
$L = 9$ mH, $C = 1$ μF et $R = 2{,}5\ \Omega$?

Fig. 15 – Extrait de l'épreuve de physique du CAPES 2003.