CAPES Blanc – Physique – 18 nov. 2017

Proposition de correction : Etienne PARIZOT

PARTIE D

1) En négligeant la masse du piston et de la tige (par rapport aux masses à déplacer), la force de poussée F_s est la force de pression exercée par le liquide sur le piston :

$$\boxed{F_s = P_s \times S = P_s \times \frac{\pi D^2}{4}}. \quad \text{A.N. : } F_s \simeq 980\ \text{N}$$

2) La puissance est le produit de la force par la vitesse.

D'où $\boxed{\mathcal{P}_m = F_s \times V} \simeq 98\ \text{W}$

Le débit entrant est alors $\boxed{Q_v = S \times V = \frac{\pi D^2 V}{4}}$.

A.N. : $Q_v \simeq 2{,}0\ 10^{-4}\ \text{m}^3.\text{s}^{-1}$.

3/ Cette fois, la surface sur laquelle agit le liquide sous pression est moindre : $S' = S - S_{tige}$, soit

$$S' = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \simeq 1.9\ 10^{-3}\ \text{m}^2$$

D'où $\boxed{F_e = P_r \times S'} \simeq 940\ \text{N}$

4) On a $Q'_v = S' \times V \simeq 1.9\ 10^{-4}\ \text{m}^3.\text{s}^{-1}$.

5) On considère une ligne de courant allant de l'entrée du liquide, à la pression P_s et à la vitesse V_0 jusqu'au niveau du trou, où le fluide se trouve à pression atmosphérique à la vitesse V_{fuite}.
L'application du théorème de Bernoulli le long de cette ligne de courant donne :

$$\frac{1}{2}\rho V_0^2 + P_s + \rho g z_{entrée} = \frac{1}{2}\rho V_{fuite}^2 + P_0 + \rho g z_{fuite}$$

Compte tenu de la grande différence de pression entre le liquide à l'entrée du piston et l'air à la sortie du trou, $P_s - P_0 = 4\,10^5\,Pa$, on peut négliger la différence $\rho g (z_{fuite} - z_{entrée})$ ainsi que $\frac{1}{2}\rho V_0^2$.

D'où $\frac{1}{2}\rho V_{fuite}^2 \simeq P_s - P_0$, et $\boxed{V_{fuite} \simeq \sqrt{\frac{2(P_s - P_0)}{\rho}}}$

A.N. : Pour de l'eau, $\rho = 10^3\,kg.m^{-3}$, et $V_{fuite} \simeq 28\,m.s^{-1}$

6) D'où le débit de fuite $\boxed{Q_{fuite} = V_{fuite} \times \frac{\pi \delta^2}{4}} \simeq 5.6\,10^{-6}\,m^3.s^{-1}$.
Ceci est négligeable par rapport à Q_v.

7) Cherchons la valeur de δ pour laquelle on aurait $Q_{fuite} \simeq 10\% \times Q_v \simeq 2.0\,10^{-5}\,m^3.s^{-1}$: $\boxed{\delta = \left(\frac{4}{\pi}\frac{Q_{fuite}}{V_{fuite}}\right)^{1/2}}$,

soit $\delta \sim 1\,mm$