Exercice 9 : onde électromagnétique

1/a) Par définition, si l'onde est polarisée rectilignement suivant $\vec{u}_y$, le champ $\vec{E}$ est dirigé suivant $\vec{u}_y$. Pour une onde plane monochromatique se propageant suivant Oz, le champ ne dépend que de z, et son vecteur d'onde est $\vec{k} = k\,\vec{u}_z = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}_z$,

où $\lambda = \frac{c}{\nu}$, et sa pulsation est $\omega = kc = 2\pi\nu$.

On a alors $\boxed{\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_y}$, pour un choix de l'origine des temps tel que $E(t=0, z=0) = E_0$.

b) Le champ magnétique se déduit par exemple de la relation $\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$. $\vec{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial E_y}{\partial z}\vec{u}_x = -kE_0 \sin(\omega t - kz)\,\vec{u}_x$

D'où $\boxed{\vec{B} = -\frac{k}{\omega} E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_x = -\frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_x}$

c) On a $\boxed{\vec{R} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c}\cos^2(\omega t - kz)\,\vec{u}_z = \boxed{c\,\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kz)\,\vec{u}_z}$.

2/a) En polarisation circulaire gauche, on a le champ $\vec{E}$ qui tourne dans le sens inverse du sens conventionnel défini par la direction de propagation, $\vec{u}_z$.

Ainsi, $\boxed{\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_x + E_0 \sin(\omega t - kz)\,\vec{u}_y}$

b) Comme précédemment, on a $\vec{B} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega} = \frac{1}{c}\vec{u}_z \wedge \vec{E}$

D'où $\boxed{\vec{B} = \frac{E_0}{c}\cos(\omega t - kz)\,\vec{u}_y + \frac{E_0}{c}\sin(\omega t - kz)\,\vec{u}_x}$

c) D'où le vecteur de Poynting $\boxed{\vec{R} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0} = c\,\varepsilon_0 E_0^2\,\vec{u}_z}$

Remarque : Dans les deux cas, le vecteur de Poynting est dirigé suivant $\vec{u}_z$, direction de propagation de l'onde. En outre, sa norme est égale à la densité d'énergie multipliée par c. L'onde correspond donc à un courant d'énergie se déplaçant à la vitesse c ("vitesse de la lumière") : $\vec{R} = \vec{j}_{en} = \varepsilon_{e.m.}\,c\,\vec{u}_k$,