

Exercice 3: Balance de Cotton

1/ Sur une portion dl du circuit, la force de Laplace vaut:

$$d\vec{F} = I dl \vec{e}_t \wedge \vec{B}$$

Compte tenu de l'orientation du circuit et de \vec{B} , on a ici

$$d\vec{F} = -I dl B \vec{u}_z \quad \text{où } \vec{u}_z \text{ est le vecteur unitaire vertical orienté vers le haut.}$$

En intégrant sur toute la portion rectiligne MN, on a

$$\boxed{\vec{F} = \int_M^N -I dl B \vec{u}_z = -I l B \vec{u}_z}$$

2/ La force exercée sur les parties circulaires n'a pas d'effet sur l'équilibre de la balance, car sur chaque portion dl de fil, la force $I dl \vec{e}_t \wedge \vec{B}$ est orthogonale au fil, et donc radiale; son prolongement passe donc par O , et par conséquent son moment par rapport à O est nul. Or c'est la somme des moments par rapport à l'axe de la balance qui gouverne l'équilibre.

3/ L'autre force de moment non nul agissant sur la balance est le poids de la masse m : $\vec{P} = -mg \vec{u}_z$. Son moment par rapport à l'axe (O, \vec{u}_x) , où \vec{u}_x est orienté vers l'avant de la feuille: $\odot \vec{u}_x$ est $\mathcal{M}_O(\vec{P}) = -mgR' \vec{u}_x$ (puisque le poids s'exerce avec l bras de levier R' , et tend à faire tourner la balance suivant $-\vec{u}_x$).

Le moment de la force de Laplace vaut par ailleurs:

$$\mathcal{M}_O(\vec{F}) = \vec{OK} \wedge \vec{F} = I l B R \vec{u}_x, \quad \text{où } K \text{ est le milieu de } M \text{ et } N.$$

À l'équilibre, $\mathcal{M}_O(\vec{F}) + \mathcal{M}_O(\vec{P}) = \vec{0}$. D'où $I l B R = mg$.

Enfinement,
$$\boxed{B = \frac{mgR'}{I l R}}$$

AN:
$$B = \frac{2 \cdot 10^{-3} \times 10 \times 0.3}{5 \times 2 \cdot 10^{-2} \times 0.3} = 0.2 \text{ T}$$