

Exercices élémentaires d’hydrodynamique

(Étienne Parizot)

• Exercice 1 : Variation de la pression avec l’altitude

1) Établir la loi fondamentale de l’équilibre hydrostatique pour un fluide placé dans un champ de pesanteur uniforme \vec{g} .

2) En déduire la loi donnant la pression dans un fluide incompressible de masse volumique ρ en fonction de la profondeur.

3) Déterminer la pression en fonction de l’altitude z au sein d’une atmosphère isotherme composée d’un gaz parfait de masse molaire M , en notant P_0 la pression au sol.

4) On considère à présent une atmosphère dans laquelle le gaz est un gaz parfait de masse molaire M obéissant à la *loi polytropique d’indice k* , c’est-à-dire que sa pression est reliée à sa masse volumique par la relation $p/\rho^k = \text{cte}$.

a) Montrer que dT/dz est une constante que l’on exprimera en fonction de g , M , k et R , la constante des gaz parfaits.

b) En déduire que l’on a :

$$p(z) = p_0(1 - \beta z)^{\frac{k}{k-1}},$$

où l’on exprimera β en fonction des données du problème.

• Exercice 2 : Surface de contact entre deux fluides

Deux fluides incompressibles non miscibles sont versés dans un récipient, placé dans un champ de pesanteur uniforme dans un référentiel galiléen. Montrer que leur surface de contact est horizontale.

• Exercice 3 : Surface libre d’un fluide

Un fluide incompressible de masse volumique ρ est placé dans un récipient au repos dans un référentiel galiléen. D’après l’exercice précédent, sa surface libre est horizontale.

1) Qu’en est-il dans le cas où le récipient est uniformément accéléré avec l’accélération $\vec{a} = a_0\vec{u}_x$, où \vec{u}_x est un vecteur unitaire horizontal ?

2) Même question dans le cas où $\vec{a} = a_0\vec{u}$, où le vecteur unitaire \vec{u} fait un angle θ avec la verticale.

3) Déterminer la forme de la surface libre de l’eau dans un seau tournant à la vitesse angulaire ω autour d’un axe vertical.

• Exercice 4 : Vérin hydraulique

Soient deux pistons de forme cylindrique circulaire, contenant un fluide incompressible, et reliés entre eux par une conduite horizontale à travers laquelle le fluide peut passer librement de l'un à l'autre des pistons. Le premier piston a un diamètre de $D_1 = 1$ m. Le second a un diamètre de $D_2 = 10$ cm. Si les deux pistons sont situés au même niveau (même altitude z), quelle masse convient-il de poser sur le plateau du piston 2 pour équilibrer un masse de 1 tonne sur le plateau du piston 1 ?

• Exercice 5 : Échelle de pression

1) L'orifice d'un tube à essai dans lequel on a fait le vide est plongé dans un bain de mercure situé dans le champ de pesanteur terrestre à la pression atmosphérique standard. Expliquer pourquoi le mercure monte alors dans le tube, et déterminer son élévation relative, sachant que le mercure a une densité de 13.6.

2) Faire le schéma d'un manomètre à mercure permettant de mesurer la pression d'un gaz dans une enceinte.

• Exercice 6 : Force de pression résultante et point d'application

Un fluide incompressible de densité ρ est placé dans un aquarium de forme parallélépipédique rectangle de hauteur h , de largeur a et de longueur b .

1) Déterminer la force de pression résultante sur chacune des cinq faces en contact avec le fluide.

2) Déterminer le point d'application de ces forces résultantes.

• Exercice 7 : Débit et loi des nœuds

Une conduite de section S_1 , dans laquelle s'écoule un fluide incompressible, se sépare en deux conduites de sections S_2 et S_3 . Écrire une "loi des nœuds" analogue à la loi bien connue de l'électrocinétique.

• Exercice 8 : Filet d'eau d'un robinet

1) Pourquoi le filet d'eau s'écoulant d'un robinet se rétrécit-il en tombant ?

2) Quel phénomène est responsable de la "transformation" du filet d'eau en gouttes d'eau après une certaine distance de chute ?

• Exercice 9 : Relation de Bernoulli

Généraliser la relation de Bernoulli au cas d'un référentiel uniformément accéléré avec l'accélération $\vec{a} = a_e \vec{u}_x$.

• Exercice 10 : Applications de la relation de Bernoulli

Phénomène de Venturi, Formule de Torricelli (vitesse d'écoulement d'un fluide lors d'une vidange), Tube de Pitot, etc.